

LEVEL-ezz! matematika verseny, 2019-2020. II. forduló

Beadási határidő: **2019. december 16. (hétfő) 12:00**

Megoldásaidat indokold, ne csak végeredményt közölj!

Megoldott feladataidat matematikatanárodnak add át a beadási határidő lejárta előtt!

Jó munkát kívánunk!

9.-10. osztály

1. Egy mennyezetre 12 lámpát függesztünk fel úgy, hogy 6 egyenesen legyenek és minden egyenesen 4 lámpa helyezkedjen el. Hogyan lehet ezt megvalósítani? Keresd meg mind a 4 megoldást!
2. Négyzet alapú gúlákat (piramis) készít Zsófi papírból, s minden oldalát kifesti. Két színt kéket és zöldet használ csak, s egy oldalhoz csak egy színt. Hányféleképpen tudja kifesteni az 5 oldalú gúlákat, ha csak azokat tekintjük különbözőnek, amik forgatással nem vihetők egymásba?
3. Egy medencét 3 csapon keresztül lehet feltölteni. Ha az 1. és a 2. csap van nyitva 6 óra alatt telik meg a medence, ha a 2. és a 3. akkor 4 óra alatt, ha az 1. és a 3. csap üzemel 3 órára van szükség. Mennyi idő alatt töltenék meg a csapok a medencét külön-külön?
4. 30 fős osztályban a tanulók három idegen nyelvet tanulhatnak, angolt, németet, franciát. Hányan tanulják mindhárom nyelvet, ha
 - (1) minden diák tanul legalább 2 nyelvet
 - (2) az angolt is és németet is tanuló diákok száma megegyezik a franciát tanuló diákok számával
 - (3) angolul 27-en tanulnak
 - (4) a németet is és franciát is tanulók 15-en vannak?

Határozd meg a franciát nem tanuló diákok számát is!

5. Egy téglalap oldalai 12 illetve 24 cm-esek. A téglalapba két egyenlő sugarú k_1 és k_2 kört írunk, amelyek egymást, valamint a téglalap két hosszabb és egy rövidebb oldalát is érintik. Határozzuk meg annak a körnek a sugarát, amely kívülről érinti a k_1 és k_2 köröket, és a hosszabbik oldalt belülről!

LEVEL-ezz! matematika verseny, 2019-2020. II. forduló

Beadási határidő: **2019. december 16. (hétfő) 12:00**

Megoldásaidat indokold, ne csak végeredményt közölj!

Megoldott feladataidat matematikatanárodnak add át a beadási határidő lejárta előtt!

Jó munkát kívánunk!

11.-12. osztály

1. Adott a következő egyenlet: $2x^2 - 2ax + a^2 - 4a + 7 = 0$, ahol a valós paraméter.
 - a) Adja meg a paraméter értékét úgy, hogy az egyenletnek valós gyökei legyenek.
 - b) Bizonyítsa be, hogy ha x_1, x_2 valós gyökei az egyenletnek, akkor $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 1$.
 - c) Bizonyítsa be, hogy ha x_1, x_2 valós gyökei az egyenletnek, akkor $x_1, x_2 \in [1, 3]$.
2. Adott a $H = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ halmaz. Hány olyan legalább két elemű részhalmaza van H -nak, melyben az elemek szorzata:
 - a) 5-re végződik;
 - b) osztható 5-tel?
3. Adjon meg egy \overline{abba} alakú négyjegyű számot, mely tetszőleges számrendszerben (ahol értelmezhető) egy olyan szám, aminek a tízes számrendszerben az értéke egy természetes szám köbével egyenlő.
4. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 8, szárjai 12 egység hosszúak. A szárak metszéspontjától milyen távolságra kell elmetszeni a háromszöget az alappal párhuzamosan, hogy a keletkezett trapéz kerülete 20 egység legyen?
5. Hány rácsponton megy át az alábbi függvény grafikonja ($P(x, y)$ rácspont, ha x, y koordináták értéke egész szám):

$$f(x) = \frac{(4x + 5)}{(1 - x)}.$$

Vázolja a grafikont kiemelve a rácspontokat!